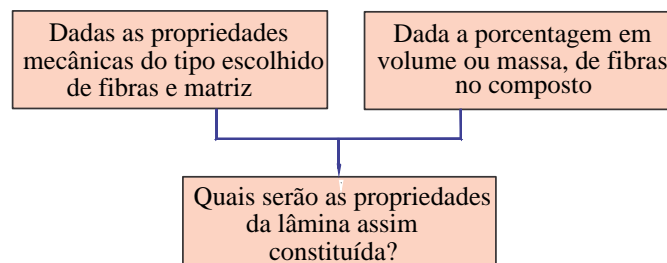


Capítulo 3

Micromecânica de uma lâmina

Um laminado típico é constituído por várias lâminas, frequentemente idênticas, variando suas orientações para melhor atender aos requisitos de projeto ou de fabricação. As propriedades macroscópicas do laminado, como resistência e comportamento elástico, dependem, portanto, das propriedades das lâminas individuais que o compõem, além da ordem e orientação das lâminas. Após sua construção, as propriedades mecânicas de uma lâmina podem ser determinadas por ensaios mecânicos. Na etapa de projeto, entretanto, estes ensaios são obviamente inviáveis, sendo importante dispor de ferramentas de cálculo para estimativa dessas propriedades. Este problema pode ser expresso esquematicamente de seguinte forma:



A resposta aproximada a este problema envolve o estudo das interações microscópicas entre os elementos constituintes da lâmina (matriz e reforços), constituindo a área de pesquisa denominada **micromecânica de uma lâmina**. Esta área compõe, de certa forma, um contraponto ao chamado estudo **macromecânico da lâmina**, em que a lâmina é considerada um corpo homogêneo embora anisotrópico, com propriedades mecânicas globais supostas conhecidas e determinadas previamente, quer pelas formulações da micromecânica quer por via experimental [105].

O presente capítulo apresenta um breve sumário das fórmulas micromecânicas mais conhecidas e tradicionais na literatura para a estimativa das principais propriedades elásticas, térmicas e de resistência de uma lâmina. O texto visa, principalmente, constituir uma “fonte de fórmulas”, auxiliando no trabalho de projeto. As descrições teóricas são reduzidas ao mínimo, porém tentou-se apresentar referências bibliográficas suficientes para permitir que o leitor prossiga estudo em qualquer tópico de interesse.

3.1 Propriedades mecânicas

As propriedades mecânicas de uma lâmina são valores identificados em ensaios nos quais o estado de tensões aplicado seja simples, de preferência uniaxial, de maneira que a relação tensão-deformação também seja simples, envolvendo apenas um parâmetro, como ocorre numa relação linear.

A Figura 3.1 mostra os elementos principais de uma lâmina. A direção das fibras define as três **direções principais de propriedades** da lâmina, que são as direções tomadas como referência nas definições das propriedades mecânicas, tensões, deformações e demais cálculos básicos. A **direção principal 1** é a direção longitudinal, indicada pelo eixo 1. A **direção principal 2**, transversal à fibra, é indicada pelo eixo 2.

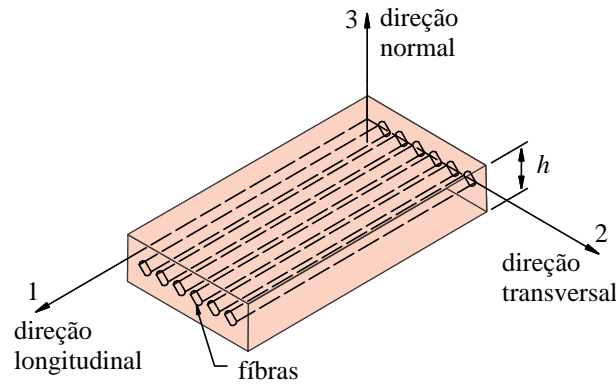


Figura 3.1: Direções principais de propriedades mecânicas em uma lâmina.

Considera-se, para o desenvolvimento que segue, um elemento de dimensões diferenciais de uma lâmina, mostrado na Figura 3.2a, submetido a uma tensão normal na direção longitudinal 1, σ_1 , e a tensões nulas nas demais direções.

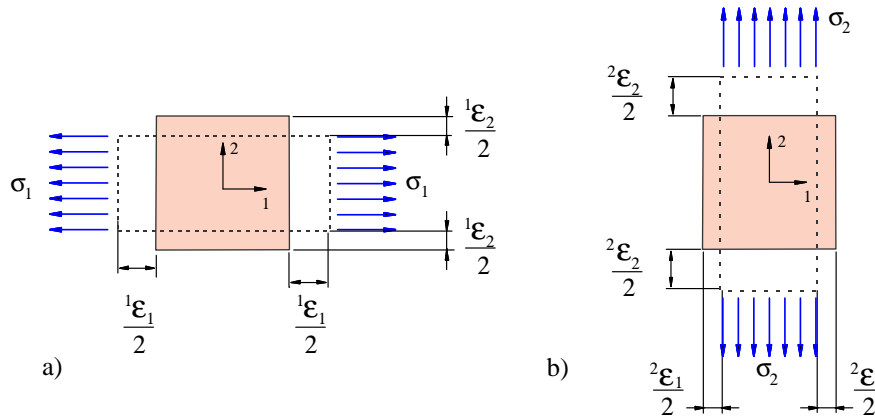


Figura 3.2: Tensões e deformações normais nas direções 1 e 2.

Observa-se que σ_1 provoca duas componentes de deformação: ${}^1\varepsilon_1$ na direção 1 (direção do carregamento) e ${}^1\varepsilon_2$ na direção 2, perpendicular à direção de carregamento. ${}^1\varepsilon_2$ é proveniente do **efeito de Poisson**. Na grafia usada para as deformações, o índice à esquerda de ε indica a direção do carregamento, e o índice à direita indica a direção de deformação; assim, define-se:

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{{}^1\varepsilon_1}, \text{ e } \nu_{12} = -\frac{{}^1\varepsilon_2}{{}^1\varepsilon_1}, \quad (3.1)$$

onde E_1 é o **módulo de elasticidade longitudinal** na direção principal 1 da lâmina, e ν_{12} é o **coeficiente de Poisson maior** da lâmina quando a carga é aplicada na direção 1.

Na Figura 3.2b observamos que quando a tensão é aplicada na direção 2, também há deformações nas duas direções, ${}^2\varepsilon_2$ e ${}^2\varepsilon_1$; a primeira deformação é na direção da carga e a segunda, na direção perpendicular a ela. Define-se então:

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{{}^2\varepsilon_2}, \text{ e } \nu_{21} = -\frac{{}^2\varepsilon_1}{{}^2\varepsilon_2}, \quad (3.2)$$

onde E_2 é o **módulo de elasticidade** na direção 2, e ν_{21} é o **coeficiente de Poisson menor**, obtido quando a carga é aplicada somente na direção 2 [105].

No Capítulo 4, eq.(4.15), mostra-se que existe uma relação entre ν_{12} e ν_{21} . Como, em geral, nas lâminas reforçadas, $E_1 > E_2$, segue-se que $\nu_{12} > \nu_{21}$, daí a denominação “maior” e “menor”.

Tabela 3.1: Lista de algumas normas da ASTM de ensaios mecânicos de materiais compostos plásticos reforçados por fibras,.

Número	Nome
ASTM C613-67	Conteúdo de resina em preregs de carbono e grafite por extração por solvente.
ASTM D2290-76	Resistência à tração aparente de plásticos tubulares ou em anel e plásticos reforçados, pelo método do disco partido.
ASTM D2291-76	Fabricação de corpos de provas para o teste do anel para compostos vidro/resina.
ASTM 2341-78	Espuma rígida de uretano.
ASTM D2585-68	Preparação e teste de tração de vasos de pressão bobinados.
ASTM D2344-76	Resistência cisalhante interlaminar aparente de compostos de fibras em paralelo pelo método da viga curta.
ASTM D2343-67	Propriedades trativas de <i>strands</i> , <i>yarns</i> , e <i>rovings</i> de fibra de vidro.
ASTM D2586-68	Resistência compressiva hidrostática de cilindros de plástico reforçados por vidro.
ASTM D2733-70	Resistência cisalhante interlaminar de plásticos reforçados em altas temperaturas.
ASTM D2734-70	Conteúdo de vazios em plásticos reforçados.
ASTM D3039-76	Propriedades trativas de compostos de fibra/resina.
ASTM D3171-76	Conteúdo de fibra em compostos de fibra/resina por digestão da matriz.
ASTM D3379-75	Resistência trativa e módulo de Young para monofilamentos de alto módulo.
ASTM D3410-75	Propriedades compressivas de compostos fibra/resina cruzados unidirecionais..
ASTM D3479-76	Fadiga tração-tração de compostos fibra/resina.
ASTM D3518-76	Resposta tensão-deformação coplanar de plásticos reforçados unidirecionais.

é, $\Delta l_A = \Delta l_B$. As deformações sofridas serão $\varepsilon_A^T = \Delta l_A/l_{oA}$ e $\varepsilon_B^T = \Delta l_B/l_{oB}$. Como os comprimentos iniciais são idênticos, as deformações também o serão e a notação pode ser simplificada para $\varepsilon^T = \Delta l/l_o$. Então, quanto maior for a variação de temperatura ΔT , espera-se que maior seja a variação de comprimento Δl de um segmento qualquer, e, conseqüentemente, maior será a deformação térmica ε^T sofrida. Dentro de uma certa faixa de temperatura, a maioria dos materiais apresenta um correlacionamento aproximadamente linear entre ε^T e ΔT . Este correlacionamento é expresso através de uma constante — propriedade do material determinada experimentalmente — denominada **coeficiente de dilatação térmica** α , que é definida tal que:

$$\varepsilon^T = \alpha \Delta T, \quad (3.4)$$

onde ε^T é a deformação provocada apenas pela variação de temperatura e, portanto, não inclui qualquer parcela associada aos carregamentos mecânicos. Por definição, para os materiais isotrópicos, α independe da direção de ensaio. Deve-se ter em mente que todos os três termos na equação (3.4) são função da posição (x, y, z) no corpo.

No caso de um material ortotrópico, como ilustrado na Figura 3.4b, as deformações são diferentes em cada direção. Para dois segmentos, um inicialmente na direção 1 e outro na direção 2, por exemplo, as variações de comprimento Δl_1 e Δl_2 são dadas por

$$\varepsilon_1^T = \frac{\Delta l_1}{l_{01}} = \alpha_1 \Delta T \quad \text{e} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_2^T = \frac{\Delta l_2}{l_{02}} = \alpha_2 \Delta T, \quad (3.6)$$

onde α_1 e α_2 são os **coeficientes de dilatação térmica do material nas direções 1 e 2**. Como esses coeficientes são, em geral, diferentes, temos que $\varepsilon_1^T \neq \varepsilon_2^T$, o que significa que, mesmo que a deformação seja uniformemente distribuída e $l_{01} = l_{02}$, há diferentes graus de dilatação conforme a direção medida.

Solução:

a) Densidade do composto:

$$\rho_c = \frac{0,0018 \text{ kg}}{0,02 \times 0,02 \times 0,003 \text{ m}^3} = 1.500 \text{ kg/m}^3.$$

b) De (3.24), os volumes relativos de fibra e de vazios são:

$$V_f = \frac{\rho_c m_f}{\rho_f m_c} = \frac{1500 \times 1,14}{1.900 \times 1,8} = 0,5 \quad \text{ou} \quad 50\%.$$

$$V_v = 1 - \frac{m_f/\rho_f + (m_c - m_f)/\rho_m}{m_c/\rho_c}$$

$$= 1 - \frac{1,14/1.900 + (1,8 - 1,14)/1.200}{1,8/1.500} = 0,0417 \quad \text{ou} \quad 4,17\%$$

c) O volume relativo de matriz é

$$V_m = 1 - V_f - V_v = 1 - 0,5 - 0,0417 = 0,4583.$$

Volume máximo teórico de fibras num composto

O máximo volume relativo de fibras que pode ser colocado num composto é um parâmetro teórico, definido a partir de considerações puramente geométricas dependentes principalmente da forma da seção transversal da fibra, do tipo de fibra, se unidirecional ou não, da uniformidade do arranjo e da uniformidade dos tipos e das seções das fibras.

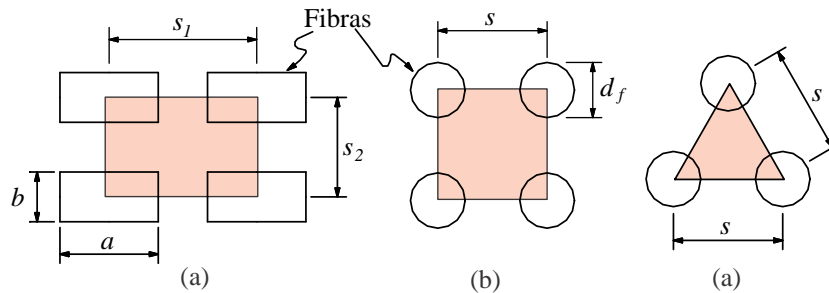


Figura 3.5: Representação idealizada de três tipos de disposição de fibras na matriz: fibras de seção retangulares e, de seções circulares em arranjos quadrado e triangular.

Na Figura 3.5 há ilustrações de três tipos diferentes de arranjos regulares de fibras dentro da resina. Para cada caso, o volume relativo de fibras é a área de fibra hachurada dividida pela área total hachurada. Assim, para as **fibras retangulares e para as circulares em arranjos quadrado e triangular**, os volumes relativos são, respectivamente:

$$V_f = \frac{ab}{s_1 s_2}, \quad V_f = \frac{\pi d^2}{4 s^2}, \quad V_f = \frac{\pi d^2}{2\sqrt{3} s^2} \quad (3.25)$$

Claramente, no caso da fibra retangular, o máximo volume relativo ocorre para $a = s_1$ e $b = s_2$, de forma que $V_{f \max} = 1$.

Para a **fibra circular em arranjo quadrado**, o máximo volume relativo de fibras ocorre para $s = d$, o que resulta em:

$$V_{f \max} = \frac{\pi}{4} = 0,785. \quad (3.26)$$

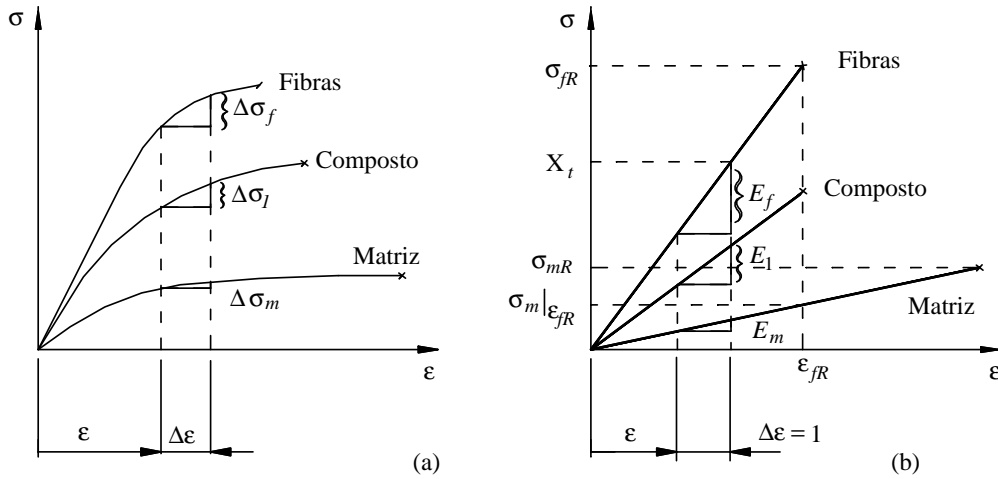


Figura 3.7: Incrementos de tensão e de deformação em lâminas com constituintes lineares e não-lineares.

as inclinações das curvas são constantes, dadas pelos **módulos de elasticidade** E_1 , E_f e E_m , ou seja, do composto, da fibra e da matriz, respectivamente. Neste caso (3.30) fica $\Delta\sigma_1/\Delta\varepsilon = V_f\Delta\sigma_f/\Delta\varepsilon + V_m\Delta\sigma_m/\Delta\varepsilon$, isto é:

$$\boxed{E_1 = E_f V_f + E_m V_m} \quad (3.31)$$

Para fibras com módulos de elasticidade diferentes nas direções axial e radial, designados como E_{fa} e E_{fr} , como as fibras de boro e kevlar, deve-se usar E_{fa} na eq.(3.31).

A eq.(3.31), apesar de simples, concorda bastante bem com os resultados experimentais obtidos por Adams [23], e é, portanto, utilizável em projeto.

Hashin [85] apresenta uma forma mais bem ajustada para o módulo longitudinal, obtida pelo método CCA (*Composite cylinder assemblage*):

$$\boxed{E_1 = E_f V_f + E_m V_m + \frac{4(\nu_m - \nu_f)^2 V_m V_f}{V_m/k_f + V_f/k_m + 1/G_m}} \quad (3.32)$$

onde ν_m , ν_f e G_m são os coeficientes de Poisson da matriz e da fibra, e o módulo de elasticidade cisalhante da matriz. k_f e k_m são os **módulos volumétricos**, dados respectivamente por

$$\boxed{k_f = \left(\frac{4}{E_{fr}} - \frac{4\nu_f^2}{E_{fa}} - \frac{1}{G_{fTT}} \right)^{-1} \quad \text{e} \quad k_m = \left(\frac{4}{E_m} - \frac{4\nu_m^2}{E_m} - \frac{1}{G_m} \right)^{-1}} \quad (3.33)$$

E_{fr} e E_{fa} são os módulos de elasticidade da fibra nas direções radial e axial, e G_{fTT} é o módulo cisalhante da fibra em sua seção transversal.

Para o caso de uma **lâmina de vidro-epóxi** com $E_m = 3,5$ GPa e $E_f = 70$ GPa esta expressão fica

$$\boxed{E_1 = (66,5V_f + 3,5)\text{GPa}} \quad (3.34)$$

As expressões (3.30) e (3.31) mostram que também a inclinação local de uma curva tensão-deformação longitudinal e o módulo longitudinal do composto podem ser bem representados pela regra da mistura [41].

No projeto, a **eficiência da lâmina** pode ser estimada pela comparação entre as parcelas da carga suportadas pela fibra F_f e pela resina F_m , (Figura 3.6). A igualdade $\varepsilon_c = \varepsilon_m = \varepsilon_f$ pode ser expressa em termos das tensões e dos módulos de elasticidade:

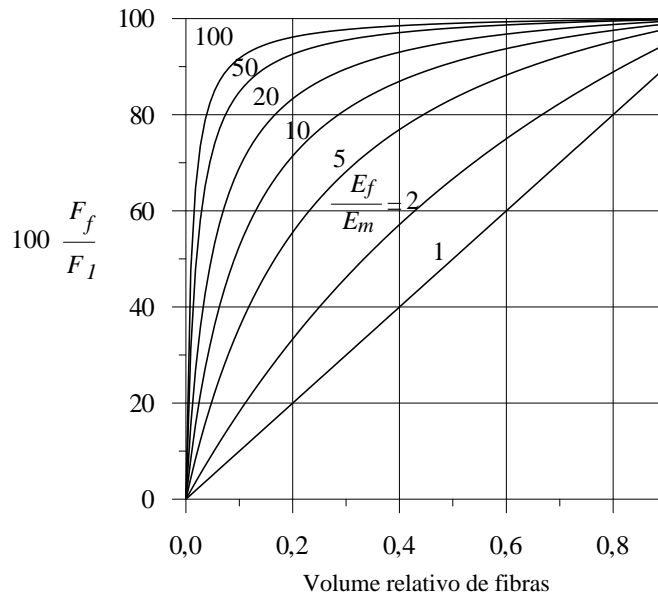


Figura 3.8: Fração de força suportada pelas fibras em termos de fração de fibras, cf. eq. (3.38).

3.3.1 Resistência à ruptura em tração longitudinal

Como esboçado na Figura 3.7b, considera-se que o composto se rompe quando as fibras atingem sua deformação de ruptura. Isto pressupõe que a deformação de ruptura da fibra é inferior à da resina. Além disso, considera-se que todas as fibras falham simultaneamente. Se o volume da fibra não for demasiado baixo, como 1%, a matriz não conseguirá suportar toda a carga quando as fibras se romperem, fazendo o composto falhar instantaneamente, de forma frágil, mesmo que a resina não o seja.

A resistência à ruptura em tração do composto, σ_{cR} , pode ser tomada como a tensão no composto (ver Figura 3.7b) no ponto da deformação de ruptura da fibra. A regra da mistura (3.29) pode então ser usada:

$$X_t = \sigma_{fR} V_f + \sigma_m |_{\varepsilon_{fR}} (1 - V_f) \quad (3.39)$$

onde $\sigma_m |_{\varepsilon_{fR}}$ é a tensão na matriz no seu ponto de ruptura, isto é, quando $\varepsilon_m = \varepsilon_{fR}$, como ilustrado na Figura 3.7b. Caso a fibra e a matriz tenham comportamento linear, temos que

$$\sigma_m |_{\varepsilon_{fR}} = \frac{\sigma_{fR}}{E_f} E_m. \quad (3.40)$$

A equação (3.39) torna-se então

$$X_t = \sigma_{fR} \left[V_f \left(1 - \frac{E_m}{E_f} \right) + \frac{E_m}{E_f} \right] \quad (3.41)$$

As fórmulas para prever o módulo de elasticidade longitudinal e a tensão de ruptura da lâmina apresentam boa concordância com os resultados experimentais, desde que se tenha tração. Porém, sob compressão os resultados se desviam razoavelmente dos valores experimentais. Enquanto na tração os mecanismos de deformação e falha são relativamente simples, regidos principalmente pela deformação e por falha das fibras, na compressão os mecanismos são mais complexos, envolvendo a flambagem lateral das fibras e cisalhamento da resina.

3.4 Módulo e resistência transversal à tração

Considere-se agora que o composto é carregado apenas na direção transversal 2, perpendicular à fibra. O primeiro modelo a ser descrito é o mais simplificado disponível e é ilustrado na Figura 3.9.

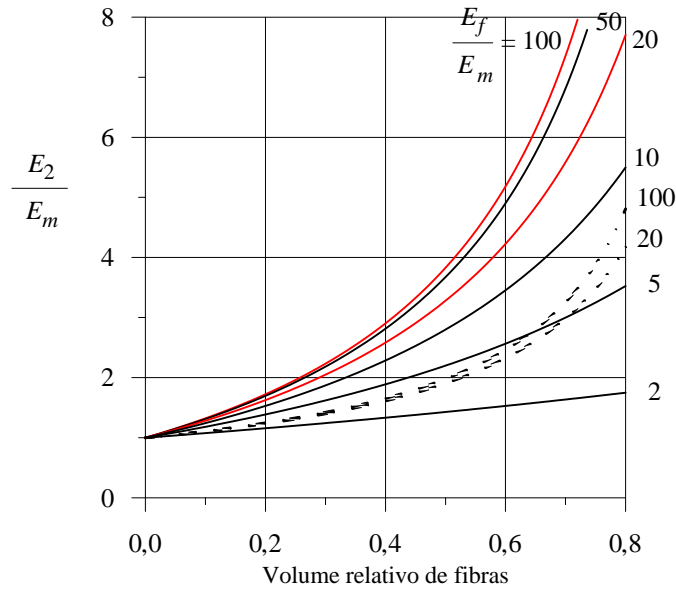


Figura 3.11: Aproximação de Halpin-Tsai para E_2 , eq.(3.55) (linhas cheias), e pela regra de mistura, eq.(3.57) (linhas tracejadas) para fibras de seção circular.

$$\bar{G} = G_m + \frac{V_f}{\frac{1}{G_{fTT} - G_m} + \frac{(k_m + 2G_m)V_m}{2G_m(k_m + G_m)}}, \quad (3.59)$$

onde G_{fTT} é o módulo cisalhante da fibra em seu plano transversal dado por $G_{fTT} = E_{fr}/2(1 + \nu_{fTT})$, e ν_{fTT} é o coeficiente de Poisson da fibra em sua seção transversal. A formulação não produz uma estimativa direta para o módulo G_{23} . Em vez disso, produz dois limites – inferior G_{23}^- e superior G_{23}^+ – tal que o valor correto é suposto localizar-se entre eles, e são obtidos da seguinte forma:

Caso $G_{fTT} < G_m$ e $k_f < k_m$,

$$G_{23}^+ = \bar{G} \quad \text{e} \quad G_{23}^- = G_m \left[1 + \frac{(1 + b_1)V_f}{a_2 - V_f \left(1 - \frac{3(b_1 V_m)^2}{a_1 V_f^3 - b_1} \right)} \right]. \quad (3.60)$$

Caso $G_{fTT} < G_m$ e $k_f > k_m$,

$$G_{23}^- = \bar{G} \quad \text{e} \quad G_{23}^+ = G_m \left[1 + \frac{(1 + b_1)V_f}{a_2 - V_f \left(1 + \frac{3(b_1 V_m)^2}{a_1 V_f^3 - b_1} \right)} \right],$$

onde

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{b_1 - gb_2}{1 + gb_2}, & a_2 &= \frac{g + b_1}{g - 1}, \\ b_1 &= \frac{k_m}{k_m + 2G_m}, & b_2 &= \frac{k_f}{k_f + 2G_{fTT}} \quad \text{e} \quad g = G_{fTT}/G_m. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Uma vez determinados os dois limites, pode-se estimar um valor para o módulo como: $G_{23} \simeq (G_{23}^- + G_{23}^+)/2$. A partir desse valor, estimativas para o **módulo de elasticidade transversal**, E_2 , e para o **coeficiente de Poisson transversal**, ν_{23} , podem ser obtidos por:

$$E_2^\pm = 4 \left(\frac{1}{G_{23}^\pm} + \frac{1}{K} + \frac{4\nu_{12}^2}{E_1} \right)^{-1} \quad \text{e} \quad \nu_{23}^\pm = \frac{E_2^\pm}{2G_{23}^+} - 1 \quad (3.62)$$

ν_{12} é o coeficiente do composto e K é o **módulo volumétrico do composto**, dado por

$$K = \frac{k_m(k_f + G_m)V_m + k_f(k_m + G_m)V_f}{(k_f + G_m)V_m + (k_m + G_m)V_f} \quad (3.63)$$

3.4.3 Ruptura transversal à tração

Quando o carregamento se dá na direção 2, transversal às fibras, a carga transmite-se principalmente ao longo da matriz. Dessa forma a resistência do composto à tração, Y_t , é controlada pela resistência da matriz, σ_{mR} . Além disso, observa-se experimentalmente que a resistência do composto é, de fato, inferior à da matriz, e é quantificado da seguinte forma:

$$Y_t = \frac{\sigma_{mR}}{S}, \quad (3.64)$$

onde S é um **fator de redução de resistência**, maior que 1.

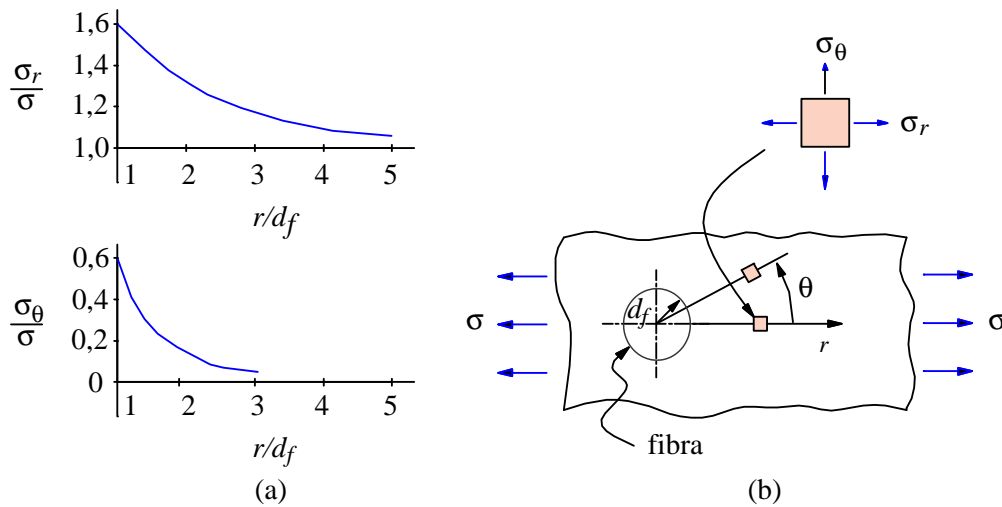


Figura 3.12: Distribuição qualitativa de tensões na matriz em torno de uma inclusão cilíndrica rígida.

O motivo pelo qual um composto reforçado por fibras unidirecionais apresenta resistência na direção transversal inferior à resistência da matriz pode ser entendido a partir de considerações feitas sobre a Figura 3.12, que é a representação de uma fibra circundada por um meio elástico “infinito”, que é a matriz. Um estado de tensão de tração uniaxial uniforme σ é aplicado na matriz a uma distância “infinita” da fibra, isto é, σ é a tensão nominal no meio. A variação das componentes de tensões σ_r e σ_θ ao longo do eixo r são plotadas na figura e mostram que, graças à diferença de módulos de elasticidade entre os dois materiais, as tensões na matriz são superiores à tensão nominal aplicada σ . Isso significa que a presença da fibra, pelo menos na direção transversal, não representa reforço na resistência, mas, ao contrário, gera uma concentração de tensões na matriz numa região que se estende até a distância de 3 ou 4 para a relação r/d_f . (Entretanto, deve-se lembrar que a fibra contribui positivamente para a rigidez transversal E_2 do composto. Quanto à resistência, outras lâminas orientadas corretamente deverão ser capazes de suportar a solicitação transversal.)

Observe que essa análise não representa precisamente a situação das fibras num composto. Numa lâmina reforçada uniaxialmente as fibras situam-se a uma determinada distância umas das outras, de acordo com o volume relativo de fibras. Assim, a interação entre as fibras afeta o estado de tensão na matriz de uma forma não prevista no modelo analisado. Entretanto, os aspectos qualitativos da

Então tem-se:

V_f	$\frac{E_2}{E_m}$	$(1 - V_f^{1/3})$	$\frac{Y_t}{\sigma_{mR}}$ (eq.(3.70))	$\frac{Y_t}{\sigma_{mR}} = \frac{1}{FCD}$	$\frac{Y_t}{\sigma_{mR}} = \frac{1}{FCT}$
0,1	1,28	0,53	0,69	0,661	0,73
0,4	2,58	0,26	0,68	0,322	0,52
0,8	7,7	0,072	0,55	0,041	0,17

A Figura 3.13 compara as curvas Y_T/σ_{mR} versus V_f para $E_f/E_m = 20$ (vidro/epóxi), para as eqs.(3.67), (3.68) e (3.70). Nota-se que a fórmula (3.68) com o FCD apresenta resultado bastante grosseiro. A fórmula empírica (3.70) pode ser recomendada para a aproximação de Y_t .

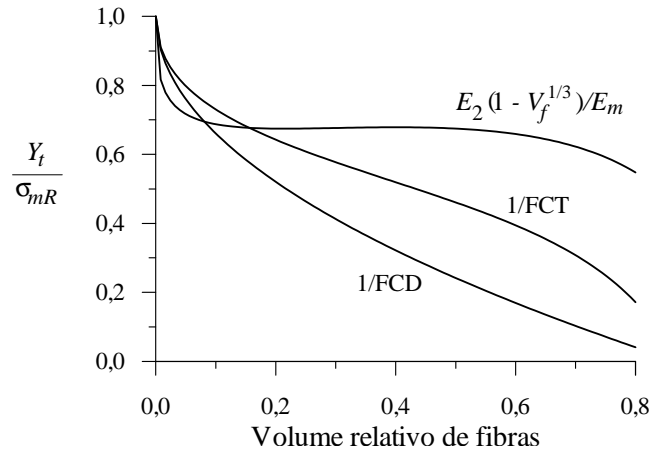


Figura 3.13: Comparação das curvas Y_t/σ_{mR} versus V_f para $E_f/E_m = 20$ (vidro/epóxi).

3.5 Módulo de elasticidade cisalhante G_{12}

Para obter uma estimativa para o módulo de elasticidade cisalhante G_{12} pode-se usar um procedimento de resistência dos materiais semelhante àquele usado na estimativa de E_2 na Seção 3.4. Assim, chega-se facilmente a uma expressão para o inverso do módulo na forma de regra da mistura:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m}, \quad (3.71)$$

ou, reordenando os termos,

$$\frac{G_{12}}{G_m} = \left[\frac{V_f}{G_f/G_m} + (1 - V_f) \right]^{-1}. \quad (3.72)$$

Entretanto, comparações com resultados mais precisos mostram que, tanto a fórmula da regra da mistura para E_2 , eq.(3.45), como esta expressão são praticamente inúteis.

Uma estimativa mais precisa é proveniente da aplicação do mesmo procedimento semi-analítico de Halpin e Tsai já comentado na Seção 3.4.2, [83] que resulta na forma:

$$\boxed{\frac{G_{12}}{G_m} = \frac{1 + \zeta\eta V_f}{1 - \eta V_f}, \quad \text{com } \eta = \frac{G_f/G_m - 1}{G_f/G_m + \zeta}} \quad (3.73)$$

O valor sugerido por Halpin e Tsai para ζ para o caso de compostos de fibras de seção circular em

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta_{2m} + \Delta_{2f}}{L} = \frac{-\nu_m \varepsilon_1 L_m - \nu_f \varepsilon_1 L_f}{L}.$$

Colocando ε_1 em evidência e observando que, por definição, $\nu_{12} = -\varepsilon_2/\varepsilon_1$,

$$\varepsilon_2 = -\varepsilon_1 \underbrace{(\nu_m V_m + \nu_f V_f)}_{\nu_{12}} \implies \boxed{\nu_{12} = \nu_m V_m + \nu_f V_f} \quad (3.77)$$

O coeficiente de Poisson menor pode ser obtido da relação: [ver eq.(4.15), página 77]

$$\boxed{\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}} \quad (3.78)$$

Como observado por Halpin [83], estas fórmulas aproximam bastante os resultados experimentais. Hashin [85] apresenta uma forma mais precisa obtida pelo método CCA (*composite cylinder assemblage*) dada por:

$$\boxed{\nu_{12} = \nu_m V_m + \nu_f V_f + \frac{4(\nu_f - \nu_m)(1/k_m - 1/k_f)V_m V_f}{V_m/k_f + V_f/k_m + 1/G_m}} \quad (3.79)$$

onde k_f e k_m são os módulos volumétricos da fibra e da matriz, dados em (3.33), e G_m é o módulo de elasticidade cisalhante da matriz.

3.7 Resistência longitudinal à compressão

Alguns dos processos que ocorrem num laminado submetido a compressão longitudinal podem ser entendidos observando a Figura 3.15. Quando o composto é comprimido, as fibras comportam-se como colunas em apoio elástico sob compressão e, assim, podem sofrer flambagem [69]. A princípio dois tipos de flambagem podem ocorrer (Figura 3.15). As fibras podem flambar em fase ou fora de fase. A flambagem em si não é o problema, mas sim o efeito que ela pode causar na matriz. No caso da **flambagem fora de fase**, o material da matriz passa a suportar tensões normais na direção transversal. Quando as tensões atingem o limite da matriz ocorre falha. Este é o chamado **modo extensional de falha**.

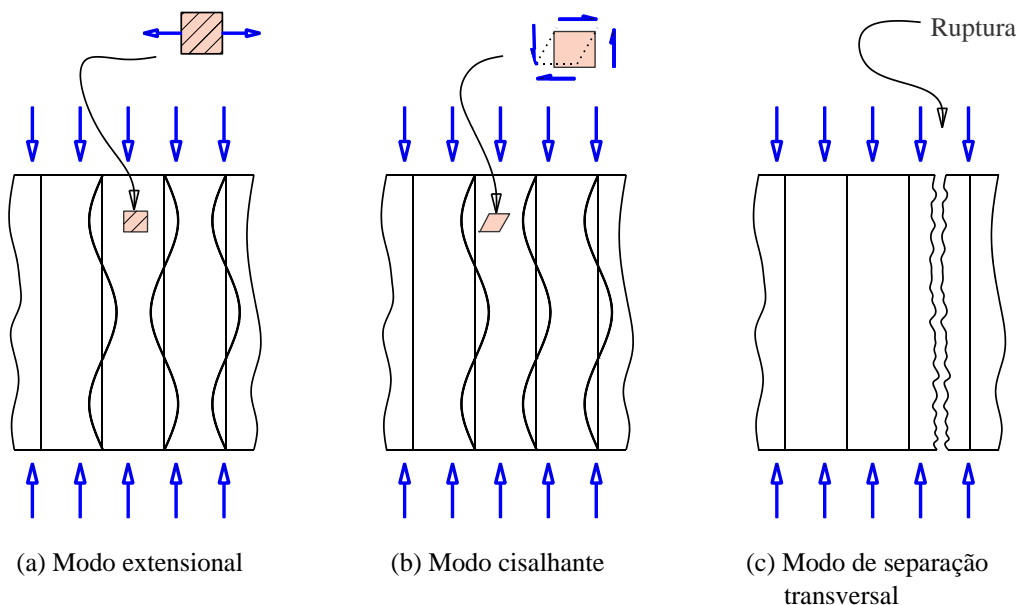


Figura 3.15: Modos de falha de um composto unidirecional submetido à compressão longitudinal.

Caso as fibras **flambem em fase**, como na Figura 3.15b, o material da matriz sofre cisalhamento,

Tomando as estimativas para E_1 e ν_{12} do composto pela regra da mistura, eqs.(3.31) e (3.77), e a estimativa de Y_{ec} de (3.69), a eq.(3.81) é reescrita como

$$X_c = \frac{(E_f V_f + E_m V_m) (1 - V_f^{1/3}) \varepsilon_{mR}}{\nu_f V_f + \nu_m V_m} \quad (3.82)$$

onde ε_{mR} é a deformação limite da matriz à tração.

A Figura 3.16 ilustra os valores de resistência longitudinal X_c previstos pelos diversos modos. Note que a equação para o cisalhamento, (3.80), independe das propriedades da fibra, de forma que a curva para o modo de separação pode assumir diversas posições em relação à curva de cisalhamento, dependendo da fibra usada. O valor para X_c pode ser estimado pelo mínimo entre os três valores obtidos das eqs.(3.80) e (3.82) para um dado volume de fibras V_f .

3.8 Coeficientes de dilatação térmica

Schapery [175] obteve as seguintes aproximações para os coeficientes nas direções principais:

$$\alpha_1 = \frac{1}{E_1} (\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m) \quad (3.83)$$

$$\alpha_2 = (1 + \nu_f) \alpha_f V_f + (1 + \nu_m) \alpha_m V_m - \alpha_1 \nu_{12}$$

onde α_f e α_m são os coeficientes de dilatação térmica da fibra e da matriz, respectivamente. No caso de fibras anisotrópicas como a de carbono e kevlar, os coeficientes de dilatação térmica e o módulo de elasticidade são diferentes nas direções axial e radial. Dessa forma (3.83) pode ser adaptada usando as propriedades axiais da fibra ($\alpha_{f\text{axial}}$ e $E_{f\text{axial}}$) para o cálculo de α_1 e propriedades radiais ($\alpha_{f\text{radial}}$ e $E_{f\text{radial}}$) para o cálculo de α_2 .

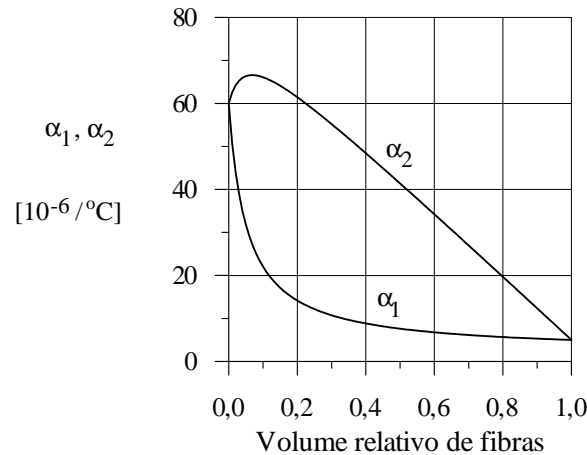


Figura 3.17: Coeficientes de dilatação térmica em termos do volume de fibras para um composto vidro/epóxi.

Exemplo 4 – Coeficientes de dilatação térmica para vidro-epóxi

Considere um composto de vidro/epóxi em que os constituintes tenham as seguintes propriedades:

$\alpha_f = 0,5 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$	$\alpha_m = 6,0 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$
$E_f = 70 \text{ GPa}$	$E_m = 3,5 \text{ GPa}$
$\nu_f = 0,20$	$\nu_m = 0,35.$

Obter a variação dos coeficientes α_1 e α_2 para este composto em termos do volume relativo de fibras.

Solução:

O gráfico da Figura 3.17 mostra a variação dos coeficientes para este composto em função do volume de fibras. Note que o coeficiente de dilatação longitudinal α_1 de um composto praticamente independe do volume relativo de fibras quando este varia na faixa de 0,3 a 1,0. Outro aspecto observado é que, de fato, α_2 pode ser superior ao coeficiente de dilatação da matriz, isto é, embora o coeficiente da fibra seja bastante inferior ao da matriz, cerca de 10% de fibras pode fazer o coeficiente transversal do composto ser superior ao da resina.

Tipicamente as fibras terão coeficientes de dilatação bem menores que a matriz plástica, como visto nesse exemplo e nos dados de propriedades físicas de fibras e polímeros apresentadas nas Tabelas 1.1, 1.2 e 1.9 (páginas 6 e 19). Observa-se que, para alguns tipos de fibras de carbono, o coeficiente pode ser negativo. Isso abre a possibilidade, bastante atrativa em engenharia, de projetar compostos com coeficiente de dilatação quase nulos em certas direções.

Por último, deve-se lembrar que os coeficientes de dilatação de um material, como qualquer outra propriedade mecânica, são função da temperatura. Entretanto, a variação do coeficiente de dilatação das fibras com a temperatura é bastante pequena. Para os polímeros, a dependência é mais acentuada quando se considera, por exemplo, o epóxi, numa faixa de temperatura mais larga, como -100°C a 200°C .

3.9 Exercícios

- 3.1 Deduza a regra da mistura, eq.(3.17), para compostos constituídos por vários componentes.
- 3.2 Deduza a expressão (3.71) da regra da mistura para a estimativa de G_{12} .
- 3.3 Considere um ensaio de determinação experimental de conteúdo de fibras e vazios num composto pelo método da queima. Os valores obtidos no ensaio foram: volume da amostra 1200 mm^3 , massa da amostra $1,92\text{ g}$, densidades de fibra e matriz: $\rho_f = 1900\text{ kg/m}^3$ e $\rho_m = 1200\text{ kg/m}^3$. a) Explique o procedimento; b) Determine o conteúdo de fibras e de vazios para massa de fibras após a queima $m_f = 1,3\text{ g}$, e (c) para $m_f = 1,4\text{ g}$, (Solução: (b) dados incoerentes, (c) $V_f = 61,4\%$, $V_m = 36,1\%$, $V_v = 2,49\%$.)
- 3.4 Qual a analogia existente entre os conceitos de dilatação térmica e higrométrica?
- 3.5 Quais os procedimentos experimentais na determinação de cada uma das constantes termomecânicas de uma amostra de lâmina ortotrópica?
- 3.6 Faça uma plotagem comparativa dos valores do módulo longitudinal E_1 versus o volume de fibras V_f , obtidos pelas eqs.(3.31) e (3.32), para um composto de grafite-epóxi.
- 3.7 Faça uma plotagem comparativa dos valores do módulo transversal E_2 versus o volume de fibras V_f , obtidos pela fórmula de Halpin-Tsai, eqs.(3.52) e (3.55), e pelo modelo CCA, eq.(3.62), para um composto de grafite-epóxi.
- 3.8 Faça uma plotagem comparativa dos valores do coeficiente de Poisson ν_{12} versus o volume de fibras V_f , obtidos pelas eqs.(3.77) e (3.79), para um composto de grafite-epóxi.
- 3.9 Faça uma plotagem comparativa dos valores do módulo longitudinal E_1 versus o volume de fibras V_f , obtidos pela regra da mistura, eq.(3.31) e pelo modelo CCA, eq.(3.32), para um composto de grafite-epóxi.