

Materiais Compostos e Estruturas-sanduíche
Projeto e Análise

Dados para contato com os autores:
Paulo de Tarso R. Mendonça, Ph.D.
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Departamento de Engenharia Mecânica
paulo.tarso@ufsc.br
CP 476 - Florianópolis, SC - 88040-900

Materiais Compostos e Estruturas-sanduíche
 Projeto e Análise

Paulo de Tarso R. Mendonça, Ph.D.



Copyright © 2019 Editora Orsa Maggiore.

Projeto gráfico, ilustrações: Paulo de Tarso R. Mendonça
Editoração eletrônica: Paulo de Tarso R. Mendonça
Capa: Maria Elisa Ramos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M539m Mendonça, Paulo de Tarso R.,
Materiais compostos e estruturas-sanduíche :
projeto e análise / Paulo de Tarso R. Mendonça.
.
Florianópolis, SC : Orsa Maggiore, 2019.
577 p.: il., tabs., gráfs.

Inclui bibliografia.
ISBN 978-85-907153-1-3

1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Engenharia
mecânica. 3. Estruturas-sanduíche. 4. Materiais
compostos. 5. Projeto estrutural. I. Título.

O4-7628

CDD-624.17

Índices para catálogo sistemático:

1. Materiais compostos e estruturas-sanduíche :
Projeto e análise : Engenharia civil 624.17

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte deste livro poderá ser reproduzida, por qualquer processo, sem a permissão expressa dos editores. É proibida a reprodução por xerox.

1ª edição - 2005

2ª edição - 2019

Direitos adquiridos pela:
Editora Orsa Maggiore.
www.OrsaMaggiore.com.br

Impresso no Brasil
Printed in Brazil

Sobre o autor

O prof. Paulo de Tarso possui graduação em Engenharia Mecânica pela Universidade de Brasília (1980), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Santa Catarina (1983) e doutorado em Engenharia Mecânica no Departamento de Engenharia Aeroespacial da Universidade de Minnesota (1995). No período de 2012/2013 realizou atividades de pesquisa no *Laboratoire de Mécanique et Technologie* da *École Normale Supérieure de Cachan*, França, na área de estimativa *a-posteriori* de erros em modelos numéricos. Desde 1984 trabalha na Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, onde atualmente é Professor Titular. Concentra suas atividades na área de Mecânica dos Sólidos Computacional, atuando principalmente nos seguintes temas: desenvolvimento do método de elementos finitos, com ênfase em elementos finitos generalizados, modelagem do comportamento de componentes mecânicos de materiais compostos e estimativa de erros de modelagem e de modelo.

Sumário

Prefácio	xv
Lista de símbolos	xix
Lista de tabelas, fluxogramas e sumários	xxii
Unidades	xxiii
I Projeto de Compostos e Estruturas-sanduíche	1
1 Tipos e propriedades de compostos, fibras e matrizes	3
2 Revisão de elasticidade linear	37
3 Micromecânica de uma lâmina	47
4 Macromecânica de uma lâmina	73
5 Viga delgada isotrópica	111
6 Análise de um laminado	125
7 Tensões higrotérmicas	169
8 Projeto e análise de vigas laminadas	193
9 Estruturas-sanduíche	241
10 Projeto de placas-sanduíche	267
II Análise de Laminados e Estruturas-sanduíche	289
11 Formulação do problema de placas laminadas	291
12 Flexão de placas delgadas laminadas	327
13 Tensões interlaminares e teoria de primeira ordem	345
14 Vibrações de placas laminadas	369
15 Análise de placas-sanduíche	383
16 Estabilidade e carga crítica de flambagem	405
17 Instabilidade local em painéis-sanduíche	427
18 Análise de compostos por elementos finitos –1a ordem	439
19 Teorias de ordem superior	467
20 Modelos de camadas discretas e teorias zig-zag	493
21 Piezoelasticidade e estruturas inteligentes	511
Bibliografia	537
Índice Remissivo	549

Conteúdo

Prefácio	xv
Lista de símbolos	xix
Lista de tabelas, fluxogramas e sumários	xxii
Unidades	xxiii
I Projeto de Compostos e Estruturas-sanduíche	1
1 Tipos e propriedades de compostos, fibras e matrizes	3
1.1 Definição e tipos de material composto	3
1.1.1 Compostos reforçados por fibras	5
1.2 Tipos e propriedades de fibras	10
1.2.1 Fibras de vidro	10
1.2.2 Fibras de carbono e grafite	15
1.2.3 Fibras de kevlar	16
1.2.4 Fibras de monocristais – <i>Whiskers</i>	16
1.2.5 Asbesto	16
1.2.6 Fibras cerâmicas	17
1.3 Tipos e propriedades das matrizes	17
1.3.1 Polímeros	17
1.3.2 Aditivos	21
1.3.3 Poliéster e epóxi	22
1.3.4 Plásticos fenólicos	22
1.4 Processos de fabricação de compostos	23
1.4.1 Processo manual	24
1.4.2 Processo manual por <i>spray</i>	27
1.4.3 Cuidados gerais de segurança e higiene	27
1.4.4 Bobinamento	28
1.4.5 Trefilação de perfis estruturais	30
1.4.6 Moldagem por membrana	31
1.4.7 Processo com preformados	32
1.4.8 Outros processos de fabricação	34
1.5 Exercícios	35
2 Revisão de elasticidade linear	37
2.1 Tensões	37
2.2 Deslocamentos e deformações	39
2.3 Relações tensão-deformação – Lei de Hooke	42
2.4 Equações de equilíbrio	42
2.5 Estado plano de tensões e transformação de tensões	43
2.5.1 Transformação plana de tensões	43

2.6	Exercícios	45
3	Micromecânica de uma lâmina	47
3.1	Propriedades mecânicas	47
3.2	Coefficientes de dilatação térmica e de umidade	49
3.2.1	Coefficientes de dilatação proveniente da umidade	51
3.2.2	Frações de massa e de volume	51
3.3	Módulo e resistência longitudinal à tração	55
3.3.1	Resistência à ruptura em tração longitudinal	58
3.4	Módulo e resistência transversal à tração	58
3.4.1	Modelos de elasticidade	60
3.4.2	Modelos de Halpin-Tsai e de CCA	61
3.4.3	Ruptura transversal à tração	64
3.5	Módulo de elasticidade cisalhante G_{12}	66
3.6	Coefficientes de Poisson	67
3.7	Resistência longitudinal à compressão	68
3.8	Coefficientes de dilatação térmica	70
3.9	Exercícios	71
4	Macromecânica de uma lâmina	73
4.1	Relação tensão-deformação para materiais elástico-lineares	73
4.1.1	Efeito térmico e higroscópico	74
4.1.2	Constantes de engenharia para materiais ortotrópicos	75
4.2	Lei de Hooke para material ortotrópico sob EPT	79
4.2.1	Lâmina isotrópica sob estado plano de tensões	80
4.3	Rotação da relação tensão-deformação em estado plano de tensões	80
4.3.1	Matriz de flexibilidade reduzida transformada	83
4.4	Constantes de engenharia para lâminas angulares em EPT	84
4.5	Rotação da matriz de rigidez em torno do eixo 3	87
4.6	Resistência de uma lâmina ortotrópica	92
4.7	Critérios de falha para uma lâmina ortotrópica	94
4.7.1	Teoria da tensão máxima	94
4.7.2	Teoria da deformação máxima	96
4.7.3	Teoria de Hill	98
4.7.4	Critério de Tsai-Wu	104
4.7.5	Critério de Hoffman	106
4.7.6	Critério de Hashin	107
4.8	Exercícios	109
5	Viga delgada isotrópica	111
5.1	Teoria de Timoshenko para flexão de viga	111
5.1.1	Estática	114
5.1.2	Lei de Hooke	115
5.1.3	Síntese das equações diferenciais de viga	117
5.1.4	Solução de casos de vigas de Bernoulli	118
5.2	Fórmulas para vigas	119
5.2.1	Fatores de cisalhamento k para vigas isotrópicas	124
6	Análise de um laminado	125
6.1	Teoria clássica de laminação – TCL	125
6.2	Casos especiais de laminados	130
6.2.1	Laminados monolâminas	130
6.2.2	Laminados simétricos	131
6.2.3	Laminado cruzado	132

6.2.4	Laminados simétricos angulares	133
6.2.5	Laminados anti-simétricos	133
6.3	Determinação das tensões e deformações nas lâminas	135
6.4	Análise de resistência do laminado	147
6.4.1	Análise de falha inicial	147
6.4.2	Eliminação de propriedades de lâminas	150
6.4.3	Falhas subsequentes	151
6.4.4	Tensões imediatamente antes e depois do ponto de falha	152
6.4.5	Carregamento inicial	153
6.5	Placas metálicas com <i>stiffeners</i> e grelhas metálicas	163
6.5.1	Grelha simétrica	165
6.5.2	Grelha assimétrica	165
6.6	Exercícios	166
7	Tensões higrotérmicas	169
7.1	Deflexão em vigas bimateriais sob efeito térmico	169
7.1.1	Efeito térmico na viga	171
7.1.2	Tensões térmicas em cada lâmina	174
7.1.3	Tensões mecânicas e efetivas nas lâminas	174
7.1.4	Exemplo 1 – Deslocamentos em um bimetal	176
7.1.5	Exemplo 2 – Tensões em bimetal	177
7.1.6	Exemplo 3 – Tensões residuais térmicas em viga al-aço-al	178
7.2	Tensões térmicas em painéis laminados	179
7.2.1	Tensões térmicas em cada lâmina	181
7.2.2	Tensões mecânicas e efetivas nas lâminas	182
7.3	Cargas de ruptura do laminado	182
7.3.1	Exemplo 4 – Resistência de laminado com efeitos térmicos	186
7.4	Exercícios	191
8	Projeto e análise de vigas laminadas	193
8.1	Análise de vigas laminadas longas de seção plana	193
8.1.1	Tensões interlaminares	196
8.2	Módulos de elasticidade equivalente – Homogeneização	197
8.2.1	Método da rigidez do material	198
8.2.2	Método da flexibilidade do material	199
8.2.3	Laminados simétricos ortotrópicos	200
8.2.4	Síntese das propriedades equivalentes em vigas planas	201
8.3	Tensões normal e cisalhante em vigas laminadas planas	201
8.4	Seções não-planas – Perfis estruturais	202
8.4.1	Tração simples de barras de seção não-plana	203
8.4.2	Relação entre as definições do módulo equivalente	204
8.5	Flexão em seção não-plana – Fases isotrópicas ou ortotrópicas	209
8.5.1	Casos particulares de flexão – Fases homogêneo-isotrópicas ou ortotrópicas	211
8.5.2	Flexão de viga de seção tubular anisotrópica	213
8.6	Torção de eixos	217
8.6.1	Torção de barras de seção circular	217
8.6.2	Torção de tubos de seção fechada de paredes finas	220
8.6.3	Torção de tubos de camadas ortotrópicas angulares	224
8.7	Limitações no uso das fórmulas	227
8.7.1	Concentração de tensões	228
8.8	Deflexão de vigas planas de Timoshenko	228
8.8.1	Solução para diversos casos práticos	232
8.8.2	Processo simplificado para vigas de Timoshenko	233
8.8.3	Vigas hiperestáticas	235

8.9	Exercícios	237
9	Estruturas-sanduiche	241
9.1	Aplicação de estruturas-sanduiche	241
9.1.1	Aspectos gerais dos sanduiches	242
9.2	Adesivos e construção de painéis-sanduiche	244
9.3	Modos de falha	247
9.4	Uniões, fechamentos e conexões	249
9.5	Manufatura de colmeias	252
9.6	Propriedades e ensaios de núcleos e sanduiches	253
9.6.1	Cisalhamento de núcleos	255
9.6.2	Propriedades compressivas de núcleos	257
9.6.3	Ensaio em núcleos e sanduiches	258
9.7	Espumas – Tipos e propriedades	259
9.8	Fases – Materiais e propriedades	259
9.9	Avaliação das constantes elásticas de uma colmeia	259
9.9.1	Densidade de uma colmeia	263
9.9.2	Colmeia isotrópica	264
9.9.3	Minimização da densidade da colmeia	265
9.10	Exercícios	265
10	Projeto de placas-sanduiche	267
10.1	Flexão de vigas-sanduiche	268
10.1.1	Rigidez flexural da viga-sanduiche	268
10.1.2	Tensão normal	269
10.1.3	Tensões cisalhantes	269
10.1.4	Correção da área para a deformação cisalhante	271
10.1.5	Solução para flexão de vigas-sanduiche	272
10.1.6	Exemplo 1 – Rigidez relativa de vigas homogênea e sanduiche	272
10.1.7	Flambagem de vigas-sanduiche	274
10.2	Flexão de placas-sanduiche	274
10.3	Deflexão de placa-sanduiche retangular	276
10.4	Minimização de peso para rigidez flexural dada	278
10.5	Minimização de peso com momento fletor dado	281
10.6	Rotina de cálculo para sanduiches	281
10.6.1	Exemplo 2 – Otimização de placa-sanduiche sob flexão	285
10.6.2	Exemplo 3 – Sanduiche com núcleo de espuma de poliuretano	287
10.7	Exercícios	288
II	Análise de Laminados e Estruturas-sanduiche	289
11	Formulação do problema de placas laminadas	291
11.1	Equações de movimento e cinemáticas	291
11.1.1	Tensões	294
11.1.2	Segundo tensor tensão do Piola-Kirchhoff σ	296
11.2	Equações diferenciais para placas laminadas	299
11.2.1	Equações de movimento do laminado	300
11.2.2	Relações cinemáticas e constitutivas	304
11.3	Método dos Resíduos Ponderados e condições de contorno	306
11.3.1	Formulação de Kirchhoff para placas delgadas	313
11.4	Forma fraca do problema	317
11.5	Soluções aproximadas – Método de Galerkin	318
11.6	Formas integrais em flexão	321

11.6.1	Energia potencial elástica	322
11.6.2	Energia cinética de uma placa	322
11.6.3	Energia potencial das cargas externas	323
11.6.4	Princípio da energia potencial mínima	323
11.6.5	Método de Ritz	323
11.7	Exercícios	324
12	Flexão de placas delgadas laminadas	327
12.1	Placas delgadas ortotrópicas	327
12.1.1	Placas retangulares simplesmente apoiadas	327
12.1.2	Solução de Levy – Placa com dois lados apoiados	331
12.1.3	Método energético – Placa delgada retangular engastada	333
12.2	Laminado delgado angular simétrico	336
12.3	Laminado delgado cruzado anti-simétrico	338
12.4	Laminado delgado angular anti-simétrico	342
12.5	Exercícios	344
13	Tensões interlaminares e teoria de primeira ordem	345
13.1	Cisalhamento numa barra laminada sob tração	346
13.1.1	Solução pela TCL	346
13.1.2	Solução pela teoria de elasticidade linear	348
13.2	Cisalhamento em flexão	350
13.2.1	Teoria de Mindlin para laminados	350
13.2.2	Flexão cilíndrica de laminados ortotrópicos – Modelo de 1 ^a ordem	352
13.2.3	Flexão cilíndrica de laminados ortotrópicos – TCL	355
13.2.4	Flexão cilíndrica de laminados ortotrópicos – Solução de elasticidade	357
13.2.5	Flexão cilíndrica – Comparação de resultados	360
13.3	Flexão de laminado retangular – Teoria de primeira ordem	361
13.4	Fator de cisalhamento k para placa ortotrópica homogênea	364
13.4.1	Método de Timoshenko	365
13.4.2	Método de Reissner	365
13.5	Fator k para placas ortotrópicas laminadas	366
13.6	Exercícios	368
14	Vibrações de placas laminadas	369
14.1	Placa delgada simétrica ortotrópica	369
14.2	Placa delgada anti-simétrica cruzada	371
14.3	Placa delgada anti-simétrica angular	375
14.4	Placa delgada simétrica angular – Método energético	377
14.5	Exercícios	382
15	Análise de placas-sanduíche	383
15.1	Teoria de primeira ordem para placas-sanduíche	383
15.1.1	Equações do movimento em placa-sanduíche de faces delgadas	387
15.2	Flexão cilíndrica de sanduíche – 1 ^a ordem	389
15.2.1	Tensões	391
15.2.2	Placas-sanduíche de faces isotrópicas	393
15.3	Soluções exatas para laminados e sanduíches retangulares	394
15.3.1	Lâminas transversamente isotrópicas	400
15.3.2	Resultados numéricos para sanduíche retangular	400
15.4	Solução de primeira ordem para sanduíche retangular	402
15.5	Exercícios	403

16 Estabilidade e carga crítica de flambagem	405
16.1 Estabilidade de placas – Método do equilíbrio adjacente	406
16.2 Formas integrais em flambagem	411
16.2.1 Energia potencial	412
16.2.2 Placas laminadas delgadas	413
16.3 Flambagem de vigas laminadas delgadas	415
16.4 Flambagem de vigas laminadas semi-espessas	417
16.5 Placa retangular ortotrópica sob compressão biaxial	418
16.5.1 Caso I – $N_{y_0} = 0$ – Compressão uniaxial	419
16.5.2 Caso II – $N_{x_0} = N_{y_0}$ – Compressão biaxial, placa quadrada	420
16.5.3 Caso III – $N_{x_0} < 0$ e $N_{y_0} > 0$ – Compressão e tração	421
16.6 Placa sob cisalhamento – Método de Galerkin	421
16.7 Placa anisotrópica sob compressão e cisalhamento	423
16.8 Exercícios	426
17 Instabilidade local em painéis-sanduiche	427
17.1 Flambagem de viga sobre apoio elástico	427
17.1.1 Soluções em núcleos de espessura infinita e finita	429
17.1.2 Sumário das soluções	432
17.2 <i>Wrinkling</i> em placas-sanduiche com núcleo homogêneo	436
17.3 Corrugados e colmeias – <i>Dimpling</i> e <i>wrinkling</i>	437
17.3.1 <i>Dimpling</i>	437
17.4 Exercícios	438
18 Análise de compostos por elementos finitos – 1ª ordem	439
18.1 Flexão estática de placas compostas	440
18.1.1 Polinômios Lagrangeanos	441
18.1.2 Mapeamento dos deslocamentos no elemento	442
18.1.3 Continuidade interelementar	443
18.1.4 Matriz de rigidez e vetor força do elemento	444
18.2 Integração e subintegração	446
18.2.1 Integração numérica	447
18.2.2 Sobreposição e condições de contorno	450
18.2.3 Cálculo das tensões	450
18.2.4 Extração de tensões	452
18.3 Tensões higrotérmicas	453
18.4 Frequências naturais e carregamentos dinâmicos	454
18.4.1 Frequências naturais de vibrações	456
18.5 Flambagem e matriz geométrica	456
18.6 Elemento de casca degenerada laminada	458
18.6.1 Geometria de um elemento quadrilateral de casca	458
18.6.2 Campo de deslocamentos	461
18.6.3 Deformações e tensões nas lâminas	462
18.6.4 Transformações	463
18.6.5 Integração e subintegração	465
19 Teorias de ordem superior	467
19.1 Teorias de primeira ordem e de ordem superior	467
19.1.1 Sumário das principais teorias	468
19.2 Equações do movimento da teoria de Reddy	470
19.2.1 Relações esforços-deformações de placa	474
19.3 Solução analítica para laminado simétrico cruzado	476
19.3.1 Resultados numéricos para flexão estática	479
19.4 Elemento finito C^0 de 3ª ordem com normal inextensível	481

19.5	Elemento finito C^0 de 3 ^a ordem com normal extensível	483
19.6	Comparações numéricas dos elementos de 3 ^a ordem	487
19.7	Exercícios	490
20	Modelos de camadas discretas e teorias zig-zag	493
20.1	Modelo básico de camada discreta	495
20.1.1	Observação gerais	498
20.2	Modelos zig-zag	498
20.2.1	Modelos de di Sciuva - Ambartsumian	499
20.2.2	Formato alternativo dos modelos de di Sciuva - Ambartsumian	501
20.2.3	Modelo global-local de ordem superior	504
21	Piezoelasticidade e estruturas inteligentes	511
21.1	Estruturas inteligentes	512
21.1.1	Conceitos básicos de sistemas de controle	513
21.2	Equações governantes de Piezoelasticidade linear 3D	513
21.2.1	Equações diferenciais governantes do tipo Navier	517
21.2.2	Rotação da relação constitutiva 3D em torno do eixo 3	517
21.2.3	Relações constitutivas em estado plano	518
21.3	Forma fraca e princípio de mínimo	521
21.3.1	Forma variacional para estado plano de tensões	523
21.4	Tipos de modelagem de placas laminadas híbridas	523
21.4.1	Forma variacional para modelos de Reissner-Mindlin/camada discreta	524
21.5	Modelo de elementos finitos	528
21.6	Resultados numéricos	533
21.6.1	Solução analítica	533
21.7	Resultados de EF para os modelos Mindlin-camada discreta	534
21.8	Exercícios	536
	Bibliografia	537
	Índice Remissivo	549

Prefácio

Num certo aspecto, o ensino de engenharia mecânica e, conseqüentemente, a formação do engenheiro no início do século XXI têm sido bastante similares ao que ocorria no início do século XX. A capacidade de pensar, projetar, dimensionar e realizar demais operações de cálculo estrutural era restrita ao uso das ferramentas simples fornecidas pelo que hoje se denomina Resistência dos Materiais, aplicada a materiais metálicos, predominantemente aos aços.

Aproximadamente a partir da década de 1950, uma série de novos tipos de materiais estruturais tem sido utilizada com sucesso. Os materiais compostos por plásticos reforçados por fibras, desenvolvidos e aplicados inicialmente na indústria aeroespacial-militar, difundiram-se posteriormente para outros tipos de componentes e sistemas que hoje se tornaram presença comum nos artigos consumidos e usados no dia-a-dia.

Apesar das vantagens oferecidas pelos materiais compostos em relação aos aços e demais materiais comuns em alguns tipos de aplicação, o seu uso correto pelo engenheiro ainda não é generalizado em razão de alguns fatores, como:

- ▷ As propriedades mecânicas são diferentes dos aços e suas características e formas de determinação são, em geral, mais complexas;
- ▷ Têm processos de fabricação próprios;
- ▷ As ferramentas simples de cálculo da Resistência dos Materiais, em geral, não funcionam para esses materiais.

Conseqüentemente, mesmo o dimensionamento de um componente simples como uma viga sob flexão exige, por vezes, uma teoria e um procedimento próprios. O presente livro trata os materiais compostos do ponto de vista de projeto de componentes estruturais e não sob a perspectiva da ciência do material. Parte do seu conteúdo pode ser vista como uma forma de proporcionar ao engenheiro a capacidade de realizar projetos em componentes simples de materiais compostos, análoga à capacitação obtida nas sequências de disciplinas tradicionais para o trabalho com materiais isotrópicos. Adicionalmente, o leitor deve adquirir uma introdução a tópicos que lhe permitam prosseguir em etapas mais avançadas de pesquisa e desenvolvimento.

O texto é dividido em duas grandes partes. A **Parte I** é adequada para cursos de graduação e pós-graduação, enquanto a **Parte II** apresenta uma sequência de tópicos avançados, adequada a cursos de pós-graduação. A Parte I apresenta o conteúdo clássico do assunto, que pode ser visto em livros clássicos. Esse conteúdo, porém, é apresentado aqui em linguagem clara, com deduções detalhadas e sequências de exemplos trabalhados também pormenorizadamente. O resultado é que temos tido sucesso ao adotar o conteúdo deste livro em cursos nos quais os alunos possuem apenas conhecimento introdutório correspondente a um semestre em Mecânica dos Sólidos, envolvendo tensões e deslocamentos em vigas e barras sob flexão e torção, transformação de tensões e critérios de falha.

O **objetivo** da Parte I é habilitar o leitor a projetar e analisar estruturas simples constituídas por laminados planos ou levemente curvos constituídos por lâminas de resina reforçadas por fibras contínuas ou descontínuas. Ao final da Parte I, o leitor deverá ser capaz de:

- ▷ Identificar se um dado componente pode ser vantajosamente construído por material composto e fazer a escolha do tipo mais adequado e do processo de fabricação;
- ▷ Identificar propriedades mecânicas importantes e escolher os ensaios mecânicos necessários para a determinação desses valores;
- ▷ Dadas as propriedades mecânicas de um certo tipo de fibra e matriz, estimar as propriedades da lâmina constituída por elas;
- ▷ Dadas as propriedades elásticas das lâminas (em forma matricial), nas suas direções principais, obter as matrizes de rigidez elástica do laminado;
- ▷ Dadas as matrizes de rigidez e os valores de esforços num ponto do laminado, obter deformações e tensões em cada lâmina;
- ▷ Usar valores das tensões nas direções principais de propriedades de uma lâmina e verificar sua segurança segundo um dos critérios de falhas estudados;
- ▷ Entender os aspectos e modos de falha principais de painéis sanduíche e fazer dimensionamentos em geometrias usuais;
- ▷ Considerar os efeitos termoelásticos no dimensionamento de compostos.

A Parte I é, de certa forma, completa em seu conteúdo; assim, um curso de pós-graduação pode apresentar em seu início toda a Parte I, de forma rápida, e, em seguida, entrar na Parte II. Isso geralmente é necessário, porque frequentemente o estudante de pós-graduação jamais foi exposto ao assunto em seu curso de graduação. O conteúdo inicial deve ser a ele ministrado, ainda que de forma acelerada ou selecionando apenas alguns tópicos como os Capítulos 1 (Tipos e propriedades de compostos, fibras e matrizes), 4 (Macromecânica de uma lâmina) e 6 (Análise de um laminado).

Os **conteúdos e métodos de apresentação** das Partes I e II foram cuidadosamente escolhidos da seguinte forma:

- A Parte I caracteriza-se principalmente por formas algébricas. Soluções de problemas de elementos estruturais importantes em engenharia, como barras e vigas, são desenvolvidas ou simplesmente apresentadas. Frequentemente, as fórmulas serão aproximativas, visando apenas às etapas iniciais de dimensionamento no projeto. Rotinas de cálculo são exaustivamente desenvolvidas, explicadas e exemplificadas. Em geral, buscam-se situações em que a solução pode ser obtida diretamente das relações constitutivas, como no caso de vigas isostáticas e alguns tipos de placas, em que os esforços em uma seção podem ser obtidos por equilíbrio global ou por simples inspeção. Dessa maneira, a carga matemática sobre o estudante fica reduzida, permitindo espaço para discussões sobre os fenômenos físicos característicos dos materiais compostos.
- Na Parte II, a ênfase encontra-se na dedução detalhada das equações gerais dos problemas, tanto em sua forma diferencial, i.e., as equações cinemáticas e do movimento (ou de equilíbrio) local, quanto na forma integral, i.e., o Princípio dos Trabalhos Virtuais ou o Princípio da Mínima Energia Total. Os principais comportamentos mecânicos dos compostos são considerados:
 - comportamentos estático e dinâmico;
 - estabilidade;
 - efeito termoelástico;
 - efeito piezoelétrico em estruturas inteligentes;
 - modos de falha.
- Esses efeitos são analisados a partir de soluções exatas ou aproximadas obtidas a partir dos problemas de valor no contorno envolvido. Torna-se intensa a manipulação de formas integrais como o Método de Galerkin e o Método de Elementos Finitos para placas e cascas, baseados em modelos cinemáticos de primeira ordem, de ordem superior e modelos de camada discreta.

Modificações na segunda edição

Todo o texto foi revisado, modificando certas notações para uma forma visualmente mais agradável. Dois grandes tópicos foram incorporados. No novo Capítulo 20 é detalhando o método de elementos finitos aplicado aos principais modelos de camadas discretas e teorias zig-zag. Junto aos capítulos de elementos finitos baseados em modelos de Mindlin-Reissner e em modelos de ordem superior, nos Capítulos 18 e 19, se tem o detalhamento de praticamente todos os métodos mais usuais de modelagem de painéis laminados. No novo Capítulo 21 se faz uma apresentação completa das equações gerais de piezoelasticidade usadas em estruturas inteligentes, e das principais formulações de elementos finitos usadas em sua discretização.

Outras observações

Uma quantidade de valores de propriedades mecânicas de materiais e outras informações úteis em cálculo foram incluídas no texto e distribuídas ao longo dos capítulos. Uma lista de tabelas, figuras e fluxogramas encontra-se na página xxii a seguir. Deve-se observar que os valores de propriedades apresentados são apenas valores indicativos, médios, adequados ao uso na resolução dos exercícios e para cálculos preliminares em projeto. Isso porque, propriedades de polímeros, principalmente, mas também de fibras e metais, são fortemente dependentes da composição e do processo de fabricação. Frequentemente, as propriedades devem ser obtidas por ensaio direto, a partir de amostras obtidas de cada lote.

O texto apresenta uma grande quantidade de formulações, que se apresentam desde a forma de equações simples até formulações de elementos finitos. Com exceção do Capítulo 3, de micromecânica, as formulações foram deduzidas no texto, buscando-se, em cada caso, a forma mais clara possível de explicá-las. Frequentemente, os gráficos comparativos de resultados que acompanham cada teoria foram construídos usando os mesmos dados dos artigos de referência. Entretanto, **todas as formulações** apresentadas foram programadas pelo autor como parte de trabalhos de iniciação científica, de dissertações de mestrado ou teses de doutorado, desenvolvidas no Grante. Esses programas, ou partes deles, foram desenvolvidas em linguagens como Mathematica[®], Fortran[®] e usados para a geração dos gráficos de resultados mostrados no texto.

Agradecimentos

Agradecemos ao prof. Domingos Boechat Alves, que primeiro vislumbrou que a obra era necessária e que poderíamos realizá-la; ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro; ao prof. Clovis Sperb de Barcellos, que acompanhou todo o processo elaboração, além de revisar diversos capítulos.

O trabalho foi desenvolvido nas dependências e com os recursos de infraestrutura do Grante, Grupo de Análise e Projeto Mecânico do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina – a cujos professores desejamos agradecer o apoio. Agradecemos aos professores Edison da Rosa, Lauro Cezar Nicolazzi, Eduardo A. Fancello e José Carlos Pereira pela leitura crítica dos diversos capítulos. O texto foi digitado por Nichele Antunes, as figuras e os modelos numéricos foram preparados pelos graduandos André Labanowski Jr., Diego J. Dall’Agnol, Thiago Guinzani Felipe, Cristian Mangoni, Peterson L. Zacharias, José Mario R. de Oliveira e Paulo Damiani, a quem agradecemos pela dedicação durante o longo trabalho. Não podemos esquecer a paciência e as contribuições das diversas turmas das disciplinas de Materiais Compostos em graduação e pós-graduação que sofreram com as várias versões intermediárias e incompletas do texto.

Lista de símbolos

Um grande esforço foi despendido no desenvolvimento de uma notação única e homogênea ao longo de toda a obra, de forma a garantir que não houvesse duas grandezas diferentes representadas pelo mesmo símbolo no mesmo ambiente, com chances de serem confundidas. Simultaneamente, procurou-se respeitar as notações já consagradas na literatura, onde elas existissem. Isso eventualmente resultou numa situação peculiar, em que o sanduíche, com suas diversas partes, pode usar a notação regular dos laminados ou a notação consagrada dos sanduíches. Para as direções principais do núcleo, por exemplo, pode-se usar a notação 1-2 ou L - W .

Deve-se ressaltar que manter notação única numa obra deste porte reserva alguns perigos, como a proliferação de índices. De modo a minorar esse efeito, usa-se o mesmo símbolo para designar grandezas escalares, vetoriais e matriciais, como entidades que devem ser vistas como distintas. Por exemplo, o número de lâminas no laminado é designado por N , um vetor ou matriz de funções teste de elementos finitos é indicado por $\mathbf{N}(x, y)$.

Índices superiores e inferiores

R_i	- i -ésima falha do laminado.
T	- transposta de uma matriz quando índice superior.
t	- tempo, tração ou direção tangencial quando índice inferior.
T, U	- térmico ou higroscópico quando índice superior.
l_k	- k -ésima lâmina do laminado. Contada em ordem crescente com a cota z .
k	- k -ésima lâmina do laminado. Usado alternativamente a l_k , quando possível.
x	- sistema de eixos x - y - z .
1	- sistema principal de eixos da lâmina, 1-2-3.
o	- valor na superfície de referência do laminado ou placa.
\bullet	- barra indica o perfil de esforços, de deformações ou de tensões.
i	- valor na superfície inferior de uma lâmina. Índice superior ou inferior.
s	- valor na superfície superior de uma lâmina. Índice superior ou inferior.
f	- fibra.
m	- matriz do composto.
\cdot_v	- vazios no composto.
$(\cdot)_{,x}$	- diferenciação de uma função $\partial(\bullet)/\partial x$, também $(\bullet)'$.
$\hat{\cdot}$	- função peso.
\cdot_e	- e -ésimo elemento finito.
\cdot_h	- aproximação de uma função por elementos finitos ou outro método.
f_1, f_2	- faces inferior e superior de um painel-sanduíche.
n	- núcleo de um painel-sanduíche.
m, n	- número de harmônico em soluções em série, nas direções x e y .

Símbolos

$\{ \}$	- componentes de um arranjo unidimensional de valores de funções. Também vetores.
$[]$	- componentes de um arranjo bidimensional de valores ou funções. Também matrizes.
\mathbf{v}	- (símbolo em negrito) vetor ou tensor, de componentes $\{v\}$ ou $[v]$.
Ω, Γ	- domínio e contorno da superfície média de uma placa.
TCL	- Teoria clássica de laminação.
PTV	- Princípio dos trabalhos virtuais.

Variáveis

ε	- deformação total num ponto.
σ	- tensões num ponto.
ε^o, κ	- deformações e curvaturas da superfície de referência de uma placa.
\mathbf{N}, \mathbf{M}	- esforços coplanares e de momentos no laminado, (6.13), (6.20).
\mathbf{Q}	- esforços cortantes $\{Q_y; Q_x\}^T$ no laminado, (11.59).
$\mathbf{N}^T, \mathbf{M}^T$	- esforços térmicos coplanares e de momentos no laminado, (7.54).
$\mathbf{S}, \bar{\mathbf{S}}$	- matriz de flexibilidade de uma lâmina nas direções 1-2 e x - y , eqs. (4.11), (4.26), (4.55).
N_v, Q_v	- esforços normais, cortante de viga, em unidades de força.
M_v, M_t	- momentos fletor e torçor em viga, em unidades de força-comprimento
$\mathbf{Q}, \bar{\mathbf{Q}}$	- matriz de rigidez reduzida de uma lâmina nas direções 1-2 e x - y , eqs. (4.28), (4.51).
$\mathbf{C}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{D}$	- matriz de rigidez do laminado e suas partições, (6.19).
$\mathbf{C}', \mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{D}'$	- matriz de flexibilidade do laminado e suas partições, (6.34).
\mathbf{T}	- matriz de transformação plana de coordenadas, (2.26), (4.38).
γ_c	- deformações cisalhantes transversais $\{\gamma_{yz}; \gamma_{xz}\}^T$.
τ_c	- tensões cisalhantes transversais $\{\tau_{yz}; \tau_{xz}\}^T$.
\mathbf{C}_c^{xk}	- matriz elástica da lâmina k nas direções x - y para as tensões transversais, (4.77), (11.58).
\mathbf{A}_c	- matriz de rigidez do laminado para cisalhamento transversal, $= \sum h_k \mathbf{C}_c^{xk}$, (11.60).
\mathbf{E}	- matriz de rigidez do laminado para cisalhamento transversal, $k[\mathbf{A}_c]$, (11.61).
$p(x), q(x)$	- carga distribuída em viga e placa, força/comprimento, força/área.
a, b	- dimensões de uma placa retangular nas direções x e y .
r, R	- $r = b/a$, $R = a/b$ em uma placa retangular.
l	- comprimento de uma viga.
b, H	- largura e espessura da seção de uma viga de seção plana.
k	- fator de correção ao cisalhamento transversal em viga ou placa.
k	- contador para lâminas.
S	- perímetro médio de uma seção tubular fechada.
G_t	- módulo cisalhante equivalente de barra sob torção (8.117).
A, A_k	- área de seção transversal de uma viga e de uma lâmina k , ou área cheia dentro do perímetro.
A_s	- área de deformação cisalhante para vigas-sanduiche de faces espessas (10.23).
E_x^k	- módulo de elasticidade na direção x da k -ésima lâmina, (4.67).
ν_{xy}^k, G_{xy}^k	- coeficiente de Poisson e módulo no plano x - y da k -ésima lâmina, (4.67).
E_{xF}, E_{xN}	- módulos de viga sob flexão e tração, (8.31), (8.32)

ν_{xyF}, ν_{xyN}	- coeficiente de Poisson equivalente de viga sob flexão e carga axial.
S_y^k	- 1º momento de inércia da k -ésima lâmina em relação ao eixo y da seção.
D_v	- módulo de rigidez flexural equivalente da viga, eq.(8.40).
D_x	- módulo de rigidez flexural aproximada de placa-sanduiche, eq.(10.34).
ξ	- fator para cálculo de tensão de enrugamento de sanduíches (17.29).
h_a	- espessura da camada de adesivo numa colméia.
h_k	- espessura da lâmina k -ésima.
H	- espessura do laminado ou do painel-sanduiche.
H_n	- espessura do núcleo de um painel-sanduiche.
H_m	- espessura de um painel-sanduiche, entre as superfícies médias das faces.
z_k, \bar{z}_k	- cota da superfície inferior da lâmina k e de sua superfície média.
N	- número de lâminas do laminado.
γ^n	- deformação cisalhante no núcleo de um painel-sanduiche.
V_f, V_m	- fração volumétrica de fibras e de matriz num composto.
V_v	- fração volumétrica de vazios.
M_f, M_m	- fração mássica de fibras e resina num composto.
m_f, m_m	- massa de fibras e matriz num composto.
m_c	- massa do composto.
ρ_f, ρ_m	- densidade da fibra e de matriz num composto.
ρ_c	- densidade do composto, ou densidade da chapa de colmeia.
ρ	- densidade de um material.
ρ_n	- densidade do núcleo de um sanduíche.
E, G, ν	- módulos de elasticidade e coeficiente de Poisson.
X_t, X_c	- valores de resistência de uma lâmina à tração e à compressão na direção 1.
Y_t, Y_c	- valores de resistência de uma lâmina à tração e à compressão na direção 2.
Z_t, Z_c	- valores de resistência de uma lâmina à tração e à compressão na direção 3.
S	- valores de resistência de uma lâmina ao cisalhamento no plano 1-2.
S_1, S_2	- resistência de uma lâmina ao cisalhamento nos planos 1-3 e 2-3.
u, v, w	- funções de deslocamento em um ponto de coordenadas (x, y, z) .
E_x^n, E_x^f	- módulos de elasticidade do núcleo e face de um sanduíche, na direção x .
E_y^n, E_y^f	- módulos de elasticidade do núcleo e face de um sanduíche, na direção y .
G_{xz}^n, G_{WT}	- módulos de elasticidade do núcleo de um sanduíche, no plano xz ou WT .
G_{yz}^n, G_{LT}	- módulos de elasticidade do núcleo de um sanduíche, no plano yz ou LT .
ν_{xy}^n, ν_{xy}^f	- coeficiente de Poisson do núcleo e face de um sanduíche no plano xy .
E_3, E_T	- módulos de elasticidade de núcleo de um sanduíche, na direção 3 ou T .
R_i	- i -ésima falha do laminado, Figura 6.21, página 154.
R_i	- i -ésimo intervalo de carga no laminado, entre as falhas R_{i-1} e R_i .
C_{R_i}	- fator de carga na i -ésima falha (6.60).
$T, \Delta T$	- temperatura, diferença entre temperatura de trabalho e de cura.
U	- concentração de umidade no composto.
α, β	- coeficiente de dilatação térmica e higroscópica.
α^1, α^x	- coeficientes de dilatação térmica de uma lâmina nas direções 1-2 e $x-y$, (7.50).
$d\epsilon_x^{T,lk}$	- deformação na lâmina desacoplada das demais, (7.13), (7.14).
$t\epsilon_x^{T,lk}$	- deformação térmica total na lâmina, (7.22), (7.57).
\mathbf{K}^e, \mathbf{K}	- matrizes de rigidez do elemento e e matriz global.
\mathbf{F}^e, \mathbf{F}	- vetor força nodal do elemento e e força global.
\mathbf{U}^e, \mathbf{U}	- vetor deslocamento nodal do elemento e e deslocamento global.
\mathbf{B}^e	- matriz de deformação no elemento e .
$(r; s)$	- coordenadas intrínsecas do elemento e , (18.4).
$N_i^e(r, s)$	- função base num elemento e , Seção 18.1.1.

Lista de tabelas, fluxogramas e sumários

Item	Conteúdo	Página
Tab. 1.1	Propriedades mecânicas típicas de alguns materiais em forma de fibra	6
Tab. 1.3	Propriedades mecânicas típicas de alguns materiais em bloco	8
Tab. 1.4	Propriedades de alguns compostos laminados	9
Tab. 1.5	Propriedades termomecânicas de alguns compostos fibrados comerciais	10
Tab. 1.8	Propriedades típicas de monocristais	16
Tab. 1.9	Vantagens e desvantagens dos polímeros em relação a outros materiais	19
Tab. 1.10	Propriedades típicas de alguns polímeros	19
Tab. 3.1	Lista de normas da ASTM de ensaios de compostos reforçados por fibras	50
Sec. 5.1.3	Síntese das equações diferenciais de viga	117
Sec. 5.2	Fórmulas para vigas	119
Sec. 5.2.1	Fatores de cisalhamento k para vigas isotrópicas	124
Fig. 6.7	Fluxograma para análise de tensões nas lâminas de um laminado	137
Tab. 6.1	Fluxograma de análise de resistência de um laminado, sem temperatura	153
Tab. 7.1	Fluxograma de cálculo de cargas limites para laminados compostos, incluindo efeitos higrotérmicos e esforços iniciais	183
Tab. 9.2	Alguns adesivos estruturais comerciais	246
Tab. 9.3	Combinações recomendadas de adesivo e aderentes	246
Tab. 9.4	Propriedades típicas de alguns tipos de colmeia de folha de alumínio	254
Tab. 9.5	Propriedades de alguns tipos de colmeia de resina reforçada	255
Tab. 9.6	Outras normas de ensaio aplicadas a sanduíches	259
Tab. 9.7	Propriedades típicas de espumas e outros materiais usados em sanduíche	260
Tab. 9.8	Propriedades típicas de faces de sanduíches	261
Tab. 10.1	Fatores K_j para solução de flexão de painel-sanduiche retangular	277
Sec. 10.6	Rotinas de cálculo para sanduíches	281

Unidades

O livro usa unicamente o Sistema Internacional de Unidades, SI. Entretanto, em algumas partes do mundo ainda se usam e publicam trabalhos e resultados em “sistemas” distintos. Por isso, coletamos algumas correspondências que podem facilitar ao leitor a interpretação de valores obtidos em diversas fontes.

Quantidade Física	“sistema” inglês para SI ou métrico
Comprimento	1 pé = 0,3048 m 1 pol = 25,4 mm (valor exato)
Área	1 pé ² = 0,092903 m ² 1 pol ² = 645,16 mm ²
Volume	1 pé ³ = 0,028317 m ³ 1 pol ³ = 16.387,064 mm ³ 1 galão (gal) = 3,785412·10 ⁻³ m ³
Densidade	1 lb _m /pé ³ = 15,394 kg/m ³ 1 lb _m /pol ³ = 26.600,3 kg/m ³
Massa	1 lb _m = 0,4535924 kg 1 ton = 2.000 lb _m = 907,1847 kg
Força	1 lb _f = 4,448222 N = 0,4535924 kgf
Momento	1 lb _f pol = 11,52125 kgf·mm = 112,9848 N·mm
Pressão, tensão	1 lb _f /pol ² ≡ 1 psi = 6.894,757 N/m ² 1 N/m ² = 1 Pascal = 1 Pa = 10 ⁶ N/mm ² 1 lb _f /pe ² = 47,88026 N/m ²
Energia, calor	1 Btu = 1,05504 kJ 1 Joule (J) = 1 N·m
Fluxo de calor ou Potência	1 Btu/h = 0,29307 W 1 Watt (W) = 1 Nm/s 1 hp = 746,499 W
Fluxo de calor por unidade de área	1 Btu/h pe ² = 3,154 W/m ²
Calor específico	1Btu/lb _m °F = 4,1869 kJ/kg°C
Condutividade térmica	1 Btu/h pe°F = 1,7307 W/m°C
Temperatura	°F = 9°C/5 + 32
Variação da temperatura	Δ°F = 9Δ°C/5